

## دستورالعمل

۱. مدت زمان آزمون تحلیل داده 5 ساعت و مجموع بارم آن 150 امتیاز است.

۲. برای نوشتن پاسخ‌هایتان، یک **پاسخ‌برگ جمع‌بندی** (Summary Answer Sheet) در اختیار شما قرار گرفته است. پاسخ‌های نهایی خود را در کادرهای مربوط به هر بخش بنویسید. حتماً روی پاسخ‌برگ موارد زیر را بنویسید:

- کد دانش‌پژوه

۳. در این آزمون به استفاده از **برگه‌ی نمودار** نیاز دارید. حتماً روی هر برگه‌ی نمودار موارد زیر را یادداشت کنید:

- کد دانش‌پژوه
- شماره‌ی سوال
- شماره‌ی نمودار و تعداد کل برگه‌های نمودار استفاده شده در آزمون

۴. هم برای چرک‌نویس و هم برای پاک‌نویس **پاسخ‌برگ‌هایی** در اختیارتان قرار گرفته است. حتماً بر روی هر کاغذ پاسخ‌برگ، موارد زیر را یادداشت کنید:

- کد دانش‌پژوه
- شماره‌ی سوال
- شماره‌ی صفحه و تعداد کل صفحات آن سؤال

۵. پاسخ هر سؤال را در برگه‌های جداگانه و متفاوت از سؤالات دیگر بنویسید. **پاسخ خود را تنها در صفحه‌ی رو (دارای سربرگ پرینت شده) ثبت کنید و پشت برگه چیزی ننویسید.** اگر بر روی هر کدام از برگه‌ها چیزی نوشته‌اید که می‌خواهید تصحیح نشود، روی آن خط بکشید.

۶. برای رساندن منظور خود به مصححان، سعی کنید حداکثر استفاده را از عبارت‌های ریاضی انجام دهید. لطفاً توجه کنید که مصححان به زبان شما مسلط نیستند. در صورتی که لازم است چیزی را با استفاده از کلمات توضیح دهید، لطفاً از عبارات کوتاه استفاده کنید. (حداقل، کلیدواژه‌های انگلیسی را هم بنویسید.)

۷. شما نمی‌توانید بدون اجازه میز کار خود را ترک کنید. اگر به هر نوع کمکی نیاز دارید (خراب شدن ماشین حساب، دستشویی رفتن، نیاز به برگه‌ی اضافی، نیاز به کاغذ نمودار اضافی و ...) دست خود برای جلب توجه مراقب بالا ببرید.

۸. شروع و پایان آزمون با یک سیگنال صوتی **طولانی** اعلام خواهد شد. هم‌چنین یک سیگنال صوتی **کوتاه**، 15 دقیقه پیش از اتمام آزمون پخش خواهد شد.

۹. در پایان آزمون، حتماً پاسخ برگ جمع بندی، برگه های نمودار و پاسخ برگ ها را مرتب کرده در یک دسته قرار دهید. همه ی برگه ی دیگر را که نمی خواهید تصحیح شوند در یک دسته ی دیگر قرار دهید. خیلی دقت کنید که برگه ای را به اشتباه در دومین دسته قرار ندهید. شما نمی توانید برگه ای را با خودتان به بیرون ببرید.

۱۰. برگه هایتان را در پاکت قرار داده و تا جمع شدن آن منتظر بمانید. پس از جمع شدن همه ی پاکت ها راهنمایتان شما را به بیرون هدایت خواهد کرد.

۱۱. جدول ثوابت نجومی و فیزیکی در صفحه ی بعد در اختیارتان قرار گرفته است.

## جدول ثوابت نجومی و فیزیکی

جرم ( $M_{\oplus}$ )	$5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$	زمین
شعاع ( $R_{\oplus}$ )	$6.38 \times 10^6 \text{ m}$	
شتاب گرانشی ( $g$ )	$9.81 \text{ ms}^{-2}$	
تمایل محوری	$23^{\circ}27'$	
طول سال اعتدالی/شمسی (Tropical Year)	365.2422 mean solar days	
طول سال نجومی (Sidereal Year)	365.2564 mean solar days	
ضریب بازتاب (Albedo)	0.39	
جرم ( $M_{\text{C}}$ )	$7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$	ماه
شعاع ( $R_{\text{C}}$ )	$1.74 \times 10^6 \text{ m}$	
فاصله متوسط از زمین	$3.84 \times 10^8 \text{ m}$	
زاویه میل مداری نسبت به دایره البروج	$5.14^{\circ}$	
ضریب بازتاب (Albedo)	0.14	
قدر ظاهری (ماه کامل به طور متوسط)	-12.74	
جرم ( $M_{\odot}$ )	$1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$	خورشید
شعاع ( $R_{\odot}$ )	$6.96 \times 10^8 \text{ m}$	
درخشندگی ( $L_{\odot}$ )	$3.83 \times 10^{26} \text{ W}$	
قدر مطلق	4.80 mag	
دمای سطحی	5772 K	
قطر زاویه‌ای از دید زمین	$30'$	
سرعت مداری در کهکشان	$220 \text{ kms}^{-1}$	
فاصله از مرکز کهکشان	8.5 kpc	
1 واحد نجومی - 1 au	$1.50 \times 10^{11} \text{ m}$	ثوابت فیزیکی
1 پارسک - 1 pc	206265 au	
ثابت گرانش ( $G$ )	$6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$	
ثابت پلانک ( $h$ )	$6.62 \times 10^{-34} \text{ Js}$	
ثابت بولتزمن ( $k_B$ )	$1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$	
ثابت استفان-بولتزمن ( $\sigma$ )	$5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2}\text{K}^{-4}$	
ثابت هابل ( $H_0$ )	$67.8 \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$	
سرعت نور در خلأ ( $c$ )	$299792458 \text{ ms}^{-1}$	
ثابت تراوایی خلأ ( $\mu_0$ )	$4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$	
1 جانسکی (Jy) - 1 Jansky	$10^{-26} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$	

$$\Delta \log_{10}(x) = \frac{\Delta x}{x \ln 10} \quad *$$

## (D1) غبار و ستاره‌های جوان در کهکشان‌های ستاره‌زا (75 امتیاز)

در یک کهکشان در حال ستاره‌زایی، غبار میان‌ستاره‌ای می‌تواند مقدار زیادی از تابش فرابنفش (UV) ستاره‌های سنگین را جذب کرده و سپس به صورت تابش فروسرخ دور (FIR) مجدداً تابش کند. طول موج FIR در بازه‌ی  $10000 - 300000 \text{ nm}$  است.

1.1. چون نور UV یک کهکشان عمدتاً توسط ستاره‌های جوان تأمین می‌شود، درخشندگی UV به آهنگ تشکیل ستاره در کهکشان (SFR) مرتبط است. از آنجایی که مقدار زیادی از نور UV توسط غبار جذب می‌شود و بر مقدار رصدی تأثیر می‌گذارد، منجمان شاخص  $\beta$  (شیب طیف UV) را برای تعیین شکل طیف در ناحیه‌ی UV به صورت

$$f_{\lambda} = Q \cdot \lambda^{\beta}$$

تعریف می‌کنند.  $f_{\lambda}$  شار دریافتی کهکشان در طول موج  $\lambda$  (با واحد  $\text{W m}^{-3}$ ) و  $Q$  یک ضریب ثابت است.

(D1.1.1) (6 نمره) سیستم AB، یک سیستم قدرسنجی مشخص است. قدر AB به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$m_{AB} = -2.5 \log \frac{f_{\nu}}{3631 \text{ Jy}}$$

برای یک کهکشان معمولی، قدر AB در ناحیه‌ی UV تقریباً ثابت است. مقدار  $\beta$  (شیب طیف UV) برای یک کهکشان معمولی چه قدر است؟ (راهنمایی:  $f_{\nu} \Delta \nu = f_{\lambda} \Delta \lambda$ )

(D1.1.2) (12 نمره) جدول 1، نتایج نورسنجی در طیف IR را برای کهکشان CR7 در قرمزگرایی  $z = 6.60$  نشان می‌دهد. نمودار  $m_{AB}$  این کهکشان را بر حسب لگاریتم طول موج در چارچوب سکون (rest-frame) رسم کنید. در عنوان نمودار، **Figure 1** را ذکر کنید.

(D1.1.3) (5 نمره) مقدار  $\beta$  (شیب طیف UV) را برای کهکشان CR7 محاسبه کرده و خط برازش شده را بر روی **Figure 1** رسم کنید. مقدار  $\beta$  را با نتیجه‌ی قسمت (D1.1.1) مقایسه کنید و مشخص کنید غبار موجود در کهکشان CR7، از غبار موجود در کهکشان‌های معمولی بیشتر است (YES) یا خیر (NO). جواب خود را فقط با [YES] یا [NO] مشخص کنید. (راهنمایی: ابتدا  $m_{AB}$  را بر حسب  $\lambda$  و  $m_{160}$  بنویسید.  $m_{160}$  قدر AB متناظر با طول موج سکون  $\lambda_0 = 160 \text{ nm}$  است.)

جدول 1. نورسنجی کهکشان CR7 در ناحیه‌ی IR. در طول موج‌های چارچوب رصدی (observed-frame) با قرمزگرایی  $z = 6.60$

ناحیه	Y	J	H	K
طول موج (nm)	1050.	1250.	1650.	2150.
قدر AB	$24.71 \pm 0.11$	$24.63 \pm 0.13$	$25.08 \pm 0.14$	$25.15 \pm 0.15$

1.2. فرض می‌کنیم ذرات غبار کهکشان، فوتون‌های UV را جذب کرده و سپس به صورت جسم سیاه تابش می‌کنند. بر این اساس، رابطه‌ای میان  $\beta$ ، شار UV ( $F_{160}$ ) (طول موج 160 nm) و شار فروسرخ دور ( $F_{\text{FIR}}$ ) به شکل زیر برقرار می‌شود.

$$\text{IRX} \equiv \log \left( \frac{F_{\text{FIR}}}{F_{160}} \right) = S(\beta)$$

$F_{\text{FIR}}$  شار رصد شده در فروسرخ دور و  $F_{160}$  شار رصد شده‌ی متناظر با طول موج سکون (160 nm rest-frame) است. (شار  $F_{\lambda}$  به صورت  $F_{\lambda} = \lambda \cdot f_{\lambda}$  تعریف می‌شود.) جدول 2 مقادیر اندازه‌گیری شده‌ی  $\beta$ ،  $F_{\text{FIR}}$  و  $F_{160}$  را برای 20 کهکشان نزدیک نشان می‌دهد (Meurer et al. 1999).

جدول 2. مقدار  $\beta$  (شیب طیف UV)،  $F_{160}$  و  $F_{\text{FIR}}$  برای 20 کهکشان نزدیک

نام کهکشان	مقدار $\beta$ (شیب UV) (UV Slope)	$\log (F_{160} / 10^{-3} \text{ W m}^{-2})$	$\log (F_{\text{FIR}} / 10^{-3} \text{ W m}^{-2})$
NGC4861	-2.46	-9.89	-9.97
Mrk 153	-2.41	-10.37	-10.92
Tol 1924 – 416	-2.12	-10.05	-10.17
UGC 9560	-2.02	-10.38	-10.41
NGC 3991	-1.91	-10.14	-9.80
Mrk 357	-1.80	-10.58	-10.37
Mrk 36	-1.72	-10.68	-10.94
NGC 4670	-1.65	-10.02	-9.85
NGC 3125	-1.49	-10.19	-9.64
UGC 3838	-1.41	-10.81	-10.55
NGC 7250	-1.33	-10.23	-9.77
NGC 7714	-1.23	-10.16	-9.32
NGC 3049	-1.14	-10.69	-9.84
NGC 3310	-1.05	-9.84	-8.83
NGC 2782	-0.90	-10.50	-9.33
NGC 1614	-0.76	-10.91	-8.84
NGC 6052	-0.72	-10.62	-9.48
NGC 3504	-0.56	-10.41	-8.96
NGC 4194	-0.26	-10.62	-8.99
NGC 3256	0.16	-10.32	-8.44

(D1.2.1) (14 نمره) بر اساس داده‌های جدول 2، نمودار IRX بر حسب  $\beta$  را رسم کنید. در عنوان نمودار، **Figure 2** را ذکر کنید. با برازش خط راست، ضرایب رابطه‌ی  $\text{IRX} = a\beta + b$  را به دست آورید و رابطه را با ضرایب عددی روی برگه‌ی نمودار بنویسید. خط برازش شده را نیز در نمودار نشان دهید.

(D1.2.1) (6 نمره) مقدار پراکندگی (**Dispersion**) مدل قسمت قبل را در واحد دِکس (dex) به دست آورید (به عنوان مثال،  $\log(10^9) - \log(10^4) = 5 \text{ dex}$  پراکندگی به صورت

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\Delta \text{IRX}_i)^2}{N-1}}, \quad \Delta \text{IRX}_i = \text{IRX}_{i,\text{obs}} - \text{IRX}_{i,\text{pred}}$$

تعریف می‌شود.  $\text{IRX}_{\text{obs},i}$  مقدار به دست آمده از رصد و  $\text{IRX}_{\text{pred},i}$  مقدار به دست آمده از رابطه‌ی برازش شده است.

1.3. با توجه به فرض‌های قبلی در مورد انتقال انرژی، نسبت  $F_{\text{FIR}}$  به  $F_{160}$  برابر با

$$\frac{F_{\text{FIR}}}{F_{160}} \approx 10^{0.4 A_{160}} - 1$$

است.  $F_{160}$  شار بدون جذب و  $A_\lambda$  ضریب جذب ناشی از غبار کهکشان (بر حسب قدر) در طول موج  $\lambda$  است.

(D1.3.1) (6 نمره)  $A_{160}$  را بر حسب  $\text{IRX}$  بنویسید.

(D1.3.2) (12 نمره) بر اساس داده‌های جدول ۲ و تابع  $A_{160}(\text{IRX})$  که در قسمت قبل به دست آوردید، نمودار  $A_{160}$  بر حسب  $\beta$  را رسم کنید. در عنوان نمودار، **Figure 3** را ذکر کنید. با برازش خط راست، ضرایب رابطه‌ی  $A_{160} = a'\beta + b'$  را به دست آورید و رابطه را با ضرایب عددی روی برگه‌ی نمودار بنویسید. خط برازش شده را نیز در نمودار نشان دهید.

(D1.3.3) (2 نمره) اگر مدل خطی شما در بخش (D1.3.2) درست باشد، مقدار  $\beta_0$  (شیب طیف UV) برای یک کهکشان بدون غبار چه قدر به دست می‌آید؟

1.4. پس از یافتن رابطه‌ی  $\beta$  و  $\text{IRX}$  در کیهان محلی، می‌توان از این رابطه‌ی تجربی در کهکشان‌های دارای قرمزگرایی بالا استفاده کرد. در سال 2016 گروهی از محققان، کهکشان CR7 را با تلسکوپ‌های ALMA مشاهده کردند و نشان دادند که حد بالای شار FIR برابر با  $1.5 \times 10^{-19} \text{ W m}^{-2}$  است.

(D1.4.1) (6 نمره) مقدار  $\text{IRX}$  را برای کهکشان CR7 محاسبه کنید. مقداری که به دست آورده‌اید، حد بالا (Upper Limit) است یا حد پایین (Lower Limit)؟ جواب خود را فقط با [Upper] یا [Lower] مشخص کنید.

(راهنمایی:  $F_{160}$  را به شکل

$$F_{160} = [\lambda_0(1+z)] \cdot f_{160}$$

بنویسید.  $f_{160}$  شار دریافتی متناظر با طول موج سکون  $\lambda_0 = 160 \text{ nm}$  است.)

(D1.4.2) (6 نمره) آیا چیزی که به دست آوردید، نشان دهنده‌ی انحراف کهکشان CR7 از رابطه‌ی  $\text{IRX} - \beta$  (محاسبه شده در قسمت‌های قبل) است؟ جواب خود را فقط با [YES] یا [NO] مشخص کنید. اختلاف  $\text{IRX}$  رصدی و محاسبه شده را به همراه راه حل خود در پاسخ‌نامه بنویسید.

(75 امتیاز)

## (D2) جرم فشرده در یک سیستم دوتایی

منجمان در پروژه APOGEE یک سیستم دوتایی غیرمعمول را در صورت فلکی اربهران پیدا کرده‌اند. در ادامه، شما با تحلیل داده‌های رصدی، تلاش می‌کنید اکتشاف منجمان را برای خود تکرار کنید.

تیم پژوهشی منجمان قصد داشتند با استفاده از تکنیک سرعت شعاعی (RV)، ستاره‌های فشرده را در سیستم‌های دوتایی شناسایی کنند. آن‌ها طیف ستاره‌های تکی موجود در داده‌های APOGEE را بررسی کرده و تغییرات مشهود در سرعت شعاعی آن‌ها را اندازه‌گیری کردند. در میان حدود ۲۰۰ ستاره که بیشترین شتاب را داشتند، پژوهشگران با مراجعه به داده‌های پروژه ASAS-SN به دنبال تغییرات دوره‌ای نورسنجی گشتند تا شاید بتوانند عبور ستاره، تپش بیضوی یا لکه‌های ستاره‌ای را آشکار کنند. پس از این فرایند، آن‌ها ستاره‌ای به نام  $2M05215658+4359220$  را یافتند که تغییرات زیادی در سرعت شعاعی و در نورسنجی داشت.

2.1. جدول زیر، سرعت شعاعی سنجیده شده برای ستاره  $2M05215658+4359220$  را در سه دوره‌ی طیف‌سنجی در پروژه APOGEE نشان می‌دهد. فرض می‌کنیم عامل تغییرات سرعت شعاعی، وجود یک مؤلفه‌ی غیرقابل رؤیت است. می‌توانیم از حرکت خاصی ستاره‌ها صرف نظر کنیم.

جدول ۳. اندازه‌گیری‌های سرعت شعاعی  $2M05215658+4359220$  در پروژه APOGEE

خطا (Uncertainty) ( $\text{km s}^{-1}$ )	سرعت شعاعی (RV) ( $\text{km s}^{-1}$ )	تاریخ ژولینانی (MJD)	شماره‌ی رصد
0.011	-37.417	56204.9537	1
0.010	34.846	56229.9213	2
0.010	42.567	56233.8732	3

(D2.1.1) (6 نمره) با استفاده از داده‌های جدول ۳ و یک مدل خطی ساده، تخمین اولیه‌ای از بیشترین شتاب ظاهری ستاره به دست آورید.

$$a_{\max} = \frac{\Delta(RV)}{\Delta t} \Big|_{\max}, \quad \text{unit: km s}^{-1} \text{ day}^{-1}$$

(D2.1.2) (9 نمره) حال، با استفاده از داده‌ها، تخمین اولیه‌ای از جرم مؤلفه‌ی غیرقابل رؤیت به دست آورید.

2.2. پس از کشف این ستاره‌ی خاص، منجمان رصدهای دیگری را با استفاده از تلسکوپ 1.5 متری TRES که در رصدخانه‌ی FLWO قرار دارد انجام دادند. جدول صفحه‌ی بعد، سرعت‌های شعاعی اندازه‌گیری شده با این ابزار را نشان می‌دهد.

جدول 4. اندازه‌گیری‌های سرعت شعاعی 2M05215658+4359220 با تلسکوپ TRES

تاریخ ژولینانی (MJD)	سرعت شعاعی (RV) ( $\text{km s}^{-1}$ )	خطا (Uncertainty) ( $\text{km s}^{-1}$ )
58006.9760	0	0.075
58023.9823	-43.313	0.075
58039.9004	-27.963	0.045
58051.9851	10.928	0.118
58070.9964	43.782	0.075
58099.8073	-30.033	0.054
58106.9178	-42.872	0.135
58112.8188	-44.863	0.088
58123.7971	-25.810	0.115
58136.6004	15.691	0.146
58143.7844	34.281	0.087

(D2.2.1) (14 نمره) نمودار سرعت شعاعی بر حسب زمان را برای داده‌های جدول 4 رسم کنید. در عنوان نمودار، **Figure 4** را ذکر کنید. به صورت دستی، یک **تابع سینوسی** مناسب بر روی این داده‌ها رسم کنید. دوره تناوب مداری ( $P_{orb}$ ) و نصف دامنه‌ی سرعت شعاعی ( $K$ ) را از روی نمودار **تخمین** بزنید.

(D2.2.2) (4 نمره) اگر این ستاره در یک مدار دایره‌ای حرکت کند، **حداقل** شعاع مداری ( $r_{orb}$ ) ستاره را هم بر حسب شعاع خورشید ( $R_{\odot}$ ) و هم بر حسب واحد نجومی (au) به دست آورید.

(D2.2.3) (7 نمره) تابع جرم یک سیستم دوتایی به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$f(M_1, M_2) = \frac{(M_2 \sin i_{orb})^3}{(M_1 + M_2)^2}$$

اندیس "1" مربوط به مؤلفه‌ی اصلی (قابل رؤیت) و اندیس "2" مربوط به مؤلفه‌ی همدم است. پارامتر  $i_{orb}$  میل مداری سیستم دوتایی است. **تابع جرم این سیستم دوتایی** را بر حسب جرم خورشید ( $M_{\odot}$ ) محاسبه کنید.

2.3. با تحلیل دقیق داده‌های طیفی APOGEE و TRES و اندازه‌گیری‌های اختلاف منظر پروژه‌ی GAIA منجمان پارامترهای زیر را برای ستاره‌ی اصلی به دست آورده‌اند.

جدول 5. ویژگی‌های فیزیکی ستاره‌ی 2M05215658+4359220

شار بولومتریک $F$ ( $\text{J s}^{-1} \text{m}^{-2}$ )	مؤلفه‌ی شعاعی سرعت وضعی $v_{rot} \sin i_{rot}$ ( $\text{km s}^{-1}$ )	اختلاف منظر $\pi$ (mas)	لگاریتم شتاب گرانش سطحی $\log g$ ( $\text{cm s}^{-2}$ )	دمای مؤثر $T_{\text{eff}}$ (K)
$(1.1 \pm 0.1) \times 10^{-12}$	$14.1 \pm 0.6$	$0.272 \pm 0.049$	$2.2 \pm 0.1$	$4890 \pm 130$



مشاهدات نورسنجی نشان می‌دهد که دوره‌ی تناوب منحنی نوری ستاره‌ی قابل رؤیت با دوره‌ی تناوب مداری آن برابر است. بنابراین می‌توانیم فرض کنیم که دوره‌ی تناوب مداری و وضعی در رابطه‌ی  $P_{orb} = P_{rot} \equiv P$  صدق می‌کنند؛ هم‌چنین زاویه‌ی میل مداری و زاویه‌ی تمایل محوری در رابطه‌ی  $i_{orb} = i_{rot} \equiv i$  صدق می‌کنند.

(D2.3.1) (16 نمره) برای مؤلفه‌ی قابل رؤیت، موارد زیر را به همراه خطا حساب کنید.

درخشندگی ستاره ( $L_1$ ) بر حسب درخشندگی خورشید ( $L_\odot$ )، شعاع ستاره ( $R_1$ ) بر حسب شعاع خورشید ( $R_\odot$ )، سینوس زاویه‌ی میل مداری ( $\sin i$ ) و جرم ستاره ( $M_1$ ) بر حسب جرم خورشید ( $M_\odot$ ).

(D2.3.2) (4 نمره) نوع ستاره‌ی قابل رؤیت را از میان یکی از موارد زیر انتخاب کنید. (شماره‌ی متناظر را در پاسخ‌برگ بنویسید).  
(1) غول آبی (2) ستاره‌ی رشته‌ی اصلی زرد (3) غول سرخ (4) ستاره‌ی رشته‌ی اصلی سرخ (5) کوتوله‌ی سفید

(D2.3.3) (10 نمره) با استفاده از تابع جرم سیستم دوتایی،  $f(M_1, M_2)$ ، رابطه‌ی تقریبی  $M_2$  بر حسب  $M_1$  را رسم کنید.  $M_2$  را محور عمودی و  $M_1$  را محور افقی قرار دهید. در عنوان نمودار، **Figure 5** را ذکر کنید. از نتایج قسمت (D2.3.1) استفاده کنید، هم‌چنین، هم‌محتمل‌ترین منحنی (به ازای  $\sin i$ )، هم حد بالا (به ازای  $\sin i + \Delta(\sin i)$ ) و هم حد پایین (به ازای  $\sin i - \Delta(\sin i)$ ) را رسم کنید.

(D2.3.4) (5 نمره) بر روی **Figure 5** یک ناحیه‌ی عمودی متناظر با  $[M_1 - \Delta M_1, M_1 + \Delta M_1]$  رسم کرده و هاشور بزنید. هم‌چنین دو خط‌چین افقی رسم کنید که یکی بیشینه‌ی جرم کوتوله سفید و دیگری بیشینه‌ی جرم ستاره نوترونی را نشان دهد. مقدار ممکن برای جرم مؤلفه‌ی غیرقابل رؤیت چیست؟ نوع این جرم آسمانی چه می‌تواند باشد؟ (نوع جرم را به انگلیسی بنویسید).